

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения»

---

УТВЕРЖДЕНО

решением учёного совета ГУАП  
от 24.09 2020 года  
(протокол № УС-07)

с изменениями, внесенными решением  
ученого совета ГУАП от 24.06.2021  
(протокол № УС-05)

Ректор ГУАП

  
Ю.А. Антохина  
«24» 09 2021 г.



ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА-  
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА  
ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

«Расширенная математика»  
наименование программы

Возраст обучающихся: 15-19 лет  
Срок реализации: 8 месяцев  
Уровень сложности: продвинутый  
стартовый/ базовый/ продвинутый

Санкт-Петербург – 2021

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Программу составил(а):


доцент, кандидат физ.-мат наук  
должность

  
подпись, дата

Вешев Н.А.  
инициалы, фамилия

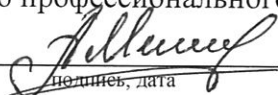
Руководитель подразделения разработчика:

директор ИНДО  
должность

  
подпись, дата


Мичурин С.В.  
инициалы, фамилия

Декан факультета дополнительного профессионального образования:

  
подпись, дата

Мельниченко А.М.  
инициалы, фамилия

Проректор по образовательным технологиям и инновационной деятельности \_\_\_\_\_:

  
подпись, дата

Шишлаков В.Ф.  
инициалы, фамилия

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка.....	4
2. Учебный план .....	5
3. Календарный учебный график.....	5
4. Рабочие программы предметов, курсов, дисциплин (модулей) .....	7
4.1. Рабочая программа модуля «алгебра» .....	7
4.2. Рабочая программа модуля «геометрия».....	14
5. Формы аттестации и оценочные материалы .....	19
6. Методические материалы дополнительной образовательной программы.....	22
7. Список использованной литературы.....	22

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1. Характеристика вида деятельности – краткая историческая справка.

1.2. Направленность (профиль) программы – естественнонаучная.

Программа направлена на:

- формирование и развитие творческих способностей обучающихся;
- удовлетворение индивидуальных потребностей в интеллектуальном, развитии;
- развитие и поддержку обучающихся, проявивших интерес и определенные способности к математическому творчеству.

1.3. Уровень сложности образовательной программы – продвинутой.

1.4. Новизна программы: нововведения в формах диагностики и подведения итогов реализации программы, с учетом личностного заказа обучающихся и их родителей через участие в проводимых ГУАП олимпиадах.

1.5. Актуальность программы заключается в том, что на современном этапе развития общества она отвечает запросам детей и родителей: формирует социально значимые знания, умения и навыки оказывает комплексное обучающее, развивающее, воздействие, способствует формированию математической грамотности личности, приобщает детей к творчеству. Актуальность программы определяется определением и выбором обучающимися (ещё на стадии школьного обучения) дальнейшего профессионального развития, обучения и освоения конкретных специальностей.

1.6. Педагогическая целесообразность программы обусловлена развитием математических способностей обучающихся через практическое мастерство. Целый ряд специальных заданий на решение математических задач служат для достижения этого.

1.7. Цель программы – формирование и развитие творческих способностей обучающихся, выявление, развитие и поддержка талантливых обучающихся.

1.8. Задачи программы – сформировать математически грамотную личность.

1.9. Отличительные особенности программы – нацеленность программы на поступление на программы высшего образования, реализуемые в ГУАП.

1.10. Категория обучающихся – учащиеся выпускных классов и выпускники общеобразовательных учреждений 15-19 лет.

1.11. Срок реализации программы – 8 месяцев с 19.10 по 19.06. Объём программы – 192 учебных часа, запланированных на весь период обучения.

1.12. Формы организации образовательной деятельности: занятия проводятся по группам.

1.13. Режим занятий – с 18 часов 30 минут до 20 часов 45 минут два раза в неделю.

1.14. Планируемые результаты – повышение математической грамотности обучающихся.

1.15. Форма подведения итогов – тестирование и участие в олимпиадах по математике, проводимых ГУАП.

## 2. УЧЕБНЫЙ ПЛАН

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Форма аттестации
		Всего	Теория	Практика	
1.	Простейшие текстовые задачи	6	2	4	опрос
2.	Чтение графиков и диаграмм	6	2	4	опрос
3.	Квадратная решётка, координатная плоскость	6	2	4	опрос
4.	Начала теории вероятностей	9	3	6	опрос
5.	Простейшие уравнения	9	3	6	опрос
6.	Планиметрия	12	4	8	опрос
7.	Производная и первообразная	12	4	8	опрос
8.	Стереометрия	12	4	8	опрос
9.	Вычисления и преобразования	9	3	6	опрос
10.	Задачи с прикладным содержанием	9	3	6	опрос
11.	Текстовые задачи	6	2	4	опрос
12.	Наибольшее и наименьшее значение функций	12	4	8	опрос
13.	Уравнения	12	4	8	опрос
14.	Стереометрические задачи	12	4	8	опрос
15.	Неравенства	12	4	8	опрос
16.	Планиметрические задачи	12	4	8	опрос
17.	Финансовая математика	12	4	8	опрос
18.	Задачи с параметром	12	4	8	опрос
19.	Числа и их свойства	12	4	8	опрос
	ВСЕГО	192	64	128	

## 3. КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

№ п/п	Месяц	Число	Время проведения занятия	Форма занятия	Кол-во часов	Место проведения	Форма аттестации
1.	октябрь		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
2.	октябрь		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
3.	октябрь		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос



№ п/п	Месяц	Число	Время проведения занятия	Форма занятия	Кол-во часов	Место проведения	Форма аттестации
51.	апрель		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
52.	апрель		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
53.	май		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
54.	май		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
55.	май		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
56.	май		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
57.	май		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
58.	май		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
59.	май		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
60.	май		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
61.	июнь		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
62.	июнь		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
63.	июнь		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос
64.	июнь		18-30 – 20-45	Лекция/семинар	3	ГУАП	опрос

#### 4. РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ ПРЕДМЕТОВ, КУРСОВ, ДИСЦИПЛИН (МОДУЛЕЙ)

##### 4.1. Рабочая программа модуля «Алгебра»

###### Аннотация

4.1.1. Модуль «Алгебра» входит в образовательную программу «Расширенная математика».

4.1.2. Направленность (профиль) модуля –естественнонаучная.

Модуль направлен на:

- формирование и развитие творческих способностей обучающихся;
- удовлетворение индивидуальных потребностей в интеллектуальном, развитии;
- развитие и поддержку обучающихся, проявивших интерес и определенные способности к математическому творчеству.

4.1.3. Уровень сложности модуля – продвинутый.

4.1.4. Новизна модуля: нововведения в формах диагностики и подведения итогов реализации программы с учетом личностного заказа обучающихся и их родителей через участие в проводимых ГУАП олимпиадах.

4.1.5. Актуальность модуля заключается в том, что на современном этапе развития общества она отвечает запросам детей и родителей: формирует социально значимые знания, умения и навыки оказывает комплексное обучающее, развивающее, воздействие, способствует формированию математической грамотности личности, приобщает детей к творчеству. Актуальность модуля определяется определением и выбором обучающимися (ещё на стадии школьного обучения) дальнейшего профессионального развития, обучения и освоения конкретных специальностей;

4.1.6. Педагогическая целесообразность модуля обусловлена развитием математических способностей обучающихся через практическое мастерство. Целый ряд специальных заданий на решение математических задач служат для достижения этого.

4.1.7. Цель модуля – формирование и развитие творческих способностей обучающихся, выявление, развитие и поддержка талантливых обучающихся.

4.1.8. Задачи модуля – сформировать математически грамотную личность.

4.1.9. Отличительные особенности модуля – нацеленность программы на поступление на программы высшего образования, реализуемые в ГУАП.

#### Распределение трудоемкости модуля по разделам и видам занятий

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Форма аттестации
		Всего	Теория	Практика	
1.	Простейшие текстовые задачи	6	2	4	опрос
2.	Чтение графиков и диаграмм	6	2	4	опрос
3.	Квадратная решётка, координатная плоскость	6	2	4	опрос
4.	Начала теории вероятностей	9	3	6	опрос
5.	Простейшие уравнения	9	3	6	опрос
6.	Планиметрия	12	4	8	опрос
7.	Производная и первообразная	12	4	8	опрос
8.	Стереометрия	12	4	8	опрос
9.	Вычисления и преобразования	9	3	6	опрос
10.	Задачи с прикладным содержанием	9	3	6	опрос
11.	Текстовые задачи	6	2	4	опрос
12.	Наибольшее и наименьшее значение функций	12	4	8	опрос
13.	Уравнения	12	4	8	опрос
	ВСЕГО	120	40	80	

#### Разделы и темы модуля

##### Тригонометрические функции (24 ч)

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций. Свойства функции  $y=\cos x$  и её график. Свойства функции  $y=\sin x$  и её график. Свойства функции  $y=\operatorname{tg} x$  и её график. Свойства функции  $y=\operatorname{ctg} x$  и её график. Обратные тригонометрические функции их свойства и графики.



Основная цель – изучить свойства тригонометрических функций, научить учащихся применять эти свойства при решении уравнений и неравенств, научить строить графики тригонометрических функций.

### **Производная и её геометрический смысл (24 ч)**

Производная. Физический смысл производной. Производная степенной функции. Правила дифференцирования. Производные некоторых элементарных функций. Производная сложной и обратной функции. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Основная цель – ввести понятие производной; научить находить производные с помощью формул дифференцирования; научить находить уравнение касательной к графику функции.

### **Применение производной к исследованию функций (24 ч)**

Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Применение производной к построению графиков функций. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции. Вторая производная и ее геометрический смысл. Выпуклость графика функции, точки перегиба.

Основная цель - показать возможности производной в исследовании свойств функций и построении их графиков.

### **Интеграл (24 ч)**

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Формула Ньютона-Лейбница. Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Вычисление интеграла. Вычисление площадей с помощью интегралов. Применение производной и интеграла к решению практических задач.

Основная цель – ознакомить с понятием интеграла и интегрированием как операцией, обратной дифференцированию

### **Элементы комбинаторики (15 ч)**

Комбинаторные задачи. Перестановки. Размещения. Сочетания и их свойства. Биномиальная формула Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Основная цель - ознакомление с основными формулами комбинаторики и их применением при решении задач; формирование элементов комбинаторного мышления, формирование умения находить вероятность случайных событий в простейших случаях, используя классическое определение вероятности и применяя при необходимости формулы комбинаторики.

### **Знакомство с вероятностью (9 ч)**

Вероятность событий. Сложение вероятностей. Вероятность противоположного события. Условная вероятность. Вероятность произведения независимых событий.

Основная цель - исследование простейших взаимосвязей между различными событиями, а также нахождению вероятностей некоторых видов событий через вероятности других событий.

### Формы аттестации и оценочные материалы

Промежуточная аттестация – это оценка качества усвоения обучающимися учебного материала по итогам учебного периода. Проводится в форме опроса.

В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 2-балльная шкала оценки сформированности компетенций: «зачтено»; «не зачтено».

Критерии оценивания сформированности компетенций:

- обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы;
- не допускает существенных неточностей;
- увязывает усвоенные знания с практической деятельностью
- аргументирует научные положения;
- делает выводы и обобщения;
- владеет системой специализированных понятий

### Оценочные материалы:

Упростите:

$$\left( \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}} \right) : \left( 1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \right).$$

Решить неравенства:

$$\text{а) } \frac{1}{x+1} \leq \frac{3}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2}{1 - x^2}. \quad \text{б) } \left| \sqrt{2-x} - 3x + 6 \right| \geq 2.$$

Решить уравнения:

$$\text{а) } (x-3)(\sqrt{8x+1} - \sqrt{3x+1}) = 5x - 15. \quad \text{б) } |x+14| - 7|1-x| = x.$$

Решить систему:

$$\begin{cases} \sqrt{6x-2y-7} = \frac{3x-y}{4} + 1 \\ \frac{x-11y-8}{3x-y-16} = x-y \end{cases}$$

Докажите тождество:

$$\cos^4 x + \sin^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x - \frac{1}{\cos x} = -\operatorname{tg}^2 x$$

Упростите выражение:

$$\frac{\cos(1,5\pi + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) - \operatorname{tg}(\alpha - \frac{\pi}{2})}{\operatorname{tg}(1,5\pi - \alpha)}$$

Вычислить:

$$\cos t, \sin t, \text{ если } \operatorname{tg} t = 2,4 \quad \left( \frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2} \right)$$

Вычислить:

$$\frac{\cos 68^\circ - \cos 22^\circ}{\sin 68^\circ - \sin 22^\circ}$$

Найти область определения функции:

$$y = \log_{(x^2 - 3x + 2)}((x + 1)(x - 15))$$

Решить уравнения:

$$\begin{aligned} \log_x(2x + 1) &= \log_{2x^3 + x^2}(4x^3 + 4x^2 + x) \\ |3^x - 12| &= 9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - 24 \end{aligned}$$

Решить неравенство:

$$\log_4(18 - 2^x) \cdot \log_2(9 - 2^{x-1}) \leq 1$$

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 \cdot 2^{3-x} + 16 \cdot 2^y = 2^{7-x} + x^2 \cdot 2^y \\ y = \sqrt{x-1} \end{cases}$$

Решите уравнение методом замены переменной:

$$x(x+1)(x+2)(x+3) = 24$$

Решите уравнение, заменив его уравнением от двух переменных:

$$\frac{(x+3)^2}{(x-2)^2} - 6 \frac{(x-3)^2}{(x+2)^2} = 5 \frac{x^2-9}{x^2-4}$$

Решите уравнение, разложив на множители:

$$x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$$

Решить возвратные уравнения:

$$6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0$$

**Методические материалы модуля**

1. Учебник: «Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. – 15 изд.-М.: Просвещение, 2017г.

2. Алгебра и начала анализа: учеб. Для 10 класса общеобразовательных учреждений/С.М. Никольского и др., М., Просвещение, 2017г.

3. Лысенко, Ф. Ф. Тематические тесты. Математика ЕГЭ -2015. Ф. Ф. Лысенко. Ростов-на-Дону, Легион.

4. Тесты для подготовки к ЕГЭ под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко. Изд. «Национальное образование»

5. Типовые экзаменационные варианты (Математика продвинутый уровень, 30 вариантов) под редакцией И.В. Яценко; национальное образование, М., 2016 (2017г) – для гуманитарного класса;

#### Перечень печатных и электронных учебных изданий

1. Федеральный компонент государственного Стандарта среднего (полного) общего образования по математике. Утвержден приказом Минобразования России от 05.03.2004 № 1089

2. Программа по алгебре и началам математического анализа. Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. М., «Просвещение», 2018г.

3. Учебник: «Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. – 15 изд.-М.: Просвещение, 2017г.

4. Алгебра и начала анализа: учеб. Для 10 класса общеобразовательных учреждений/С.М. Никольского и др., М., Просвещение, 2017г.

5. Лысенко, Ф. Ф. Тематические тесты. Математика ЕГЭ -2015. Ф. Ф. Лысенко. Ростов-на-Дону, Легион.

6. Тесты для подготовки к ЕГЭ под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко. Изд. «Национальное образование»

7. Типовые экзаменационные варианты (Математика продвинутый уровень, 30 вариантов) под редакцией И.В. Яценко; национальное образование, М., 2016 (2017г) – для гуманитарного класса;

8. Типовые экзаменационные варианты (Математика профильный уровень, 36 вариантов) под редакцией И.В. Яценко; национальное образование, М., 2016 (2017г) – для физико-математического класса.

## Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Сайт ФИПИ <http://www.fipi.ru>,
2. Открытый банк заданий <http://www.mathege.ru> и др.

## 4.2. Рабочая программа модуля «Геометрия»

### Аннотация

4.2.1. Модуль «Геометрия» входит в образовательную программу «Расширенная математика».

4.2.2. Направленность (профиль) модуля – естественнонаучная.

Модуль направлен на:

- формирование и развитие творческих способностей обучающихся;
- удовлетворение индивидуальных потребностей в интеллектуальном, развитии;
- развитие и поддержку обучающихся, проявивших интерес и определенные способности к математическому творчеству.

4.2.3. Уровень сложности модуля – продвинутой.

4.2.4. Новизна модуля: нововведения в формах диагностики и подведения итогов реализации программы с учетом личностного заказа обучающихся и их родителей через участие в проводимых ГУАП олимпиадах.

4.2.5. Актуальность модуля заключается в том, что на современном этапе развития общества она отвечает запросам детей и родителей: формирует социально значимые знания, умения и навыки оказывает комплексное обучающее, развивающее, воздействие, способствует формированию математической грамотности личности, приобщает детей к творчеству. Актуальность модуля определяется определением и выбором обучающимися (ещё на стадии школьного обучения) дальнейшего профессионального развития, обучения и освоения конкретных специальностей;

4.2.6. Педагогическая целесообразность модуля обусловлена развитием математических способностей обучающихся через практическое мастерство. Целый ряд специальных заданий на решение математических задач служат для достижения этого.

4.2.7. Цель модуля – формирование и развитие творческих способностей обучающихся, выявление, развитие и поддержка талантливых обучающихся.

4.2.8. Задачи модуля – сформировать математически грамотную личность.

4.2.9. Отличительные особенности модуля – нацеленность программы на поступление на программы высшего образования, реализуемые в ГУАП.

### Распределение трудоемкости модуля по разделам и видам занятий

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Форма аттестации
		Всего	Теория	Практика	
1.	Стереометрические задачи	12	4	8	опрос
2.	Неравенства	12	4	8	опрос

3.	Планиметрические задачи	12	4	8	опрос
4.	Финансовая математика	12	4	8	опрос
5.	Задачи с параметром	12	4	8	опрос
6.	Числа и их свойства	12	4	8	опрос
	ВСЕГО	72	24	48	

### Разделы и темы модуля

#### Комплексные числа (21 ч)

Определение комплексных чисел. Сложение и умножение комплексных чисел. Модуль комплексного числа. Вычитание и деление комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Тригонометрическая и алгебраическая формы записи комплексных чисел. Комплексно-сопряженные числа. Основная теорема алгебры. Свойства модуля и аргумента комплексного числа. Квадратное уравнение с комплексным неизвестным. Примеры решения алгебраических уравнений.

Основная цель – обучение действиям с комплексными числами и демонстрация решений различных уравнений на множестве комплексных чисел.

#### Метод координат в пространстве (21 ч)

Декартовы координаты в пространстве. Координаты точки и координаты вектора. Формула расстояния между двумя точками. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Уравнение плоскости. Движения.

Основная цель — сформировать умения применять координатный и векторный методы к решению задач на нахождение длин отрезков и углов между прямыми и векторами в пространстве.

#### Цилиндр. Конус. Шар. (21 ч)

Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Конус. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию. Сфера. Шар. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника. Цилиндрические и конические поверхности. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость в сфере. Площадь сферы.

Основная цель — дать учащимся систематические сведения об основных видах тел вращения.

#### Объёмы тел (9 ч)

Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объемы прямой призмы и цилиндра. Объемы